

# 評估量測系統變異

## 案例 1：燃料噴射器噴嘴直徑

### 問題

一家燃料噴射器噴嘴的製造商安裝了一套新的數位量測系統。研究員想要評估新系統是否恰當地測量噴嘴。

### 資料收集

技術人員考量製程變異的所有主要來源 (機器、時間、輪班、工作變動)，隨機抽樣 9 個噴嘴來代表一般的產出。他們針對這些噴嘴進行編碼來辨識每個噴嘴的量測。

第一位操作員以隨機順序量測這 9 個噴嘴。然後，第二位操作員以不同的隨機順序量測這 9 個噴嘴。每位操作員重複該過程兩次，總共有 36 個量測值。

**註** 為了一個有效的量測系統分析，您必須隨機地抽樣和量測零件。

噴嘴直徑的規格為  $9012 \pm 4$  微米。允差是 8 微米。

### 使用工具

- Gage R&R Study (Crossed)

### 資料集

Nozzle.MPJ

變數	說明
Nozzle	量測的燃料噴射器噴嘴
Operator	量測的操作員
Run Order	實驗的原來執行順序
Diam	噴嘴的量測直徑 (微米)

## 量測系統分析

### 什麼是量測系統分析

對於一個給定的應用，量測系統分析評估量測系統是否適當。當量測一個製程輸出時，考慮兩種變異來源：

- 零件間變異 (Part-to-part variation)
- 量測系統變異 (Measurement system variation)

如果與量測系統變異大於零件間變異，則量測可能無法提供有用的資訊。

### 何時使用量測系統分析

在您從製程收集數據之前 (例如，分析製程管制或製程能力)，使用量測系統分析以確認該量測系統能夠一致和準確地量測，以及能夠適當地在零件之間作區分。

### 為何使用量測系統分析

量測系統分析可以回答一些問題，例如：

- 量測系統能夠適當地區分不同的零件嗎？
- 隨著時間的推移，量測系統的運作是穩定的嗎？
- 量測系統在零件範圍內皆準確嗎？

例如：

- 一台黏度計能夠適當地區分數個油漆樣本的粘度嗎？
- 一台秤是否需要定期重新校準以準確量測洋芋片的袋裝填充重量？
- 一台溫度計對於製程中使用的所有熱度設定，是否都能夠準確地量測嗎？

## Gage R&R study (crossed)

### 什麼是 Gage R&R Study (crossed)

一個交叉的 Gage R&R 研究估計整體變異中有多少是由量測系統所造成。整體製程變異由零件變異加上量測系統變異所組成。量測系統變異包含：

- 重複性 (Repeatability)—來自於量測設備/器具的變異，或當相同的操作員以相同的器具重複量測相同的零件時所觀察到的變異
- 再現性 (Reproducibility)—來自於量測系統的變異，或當不同的操作員使用相同的器具量測相同的零件時所觀察到的變異

當您估計重複性時，每位操作員必須量測每個零件至少兩次。當您估計再現性時，必須至少有兩位操作員量測零件。操作員以隨機順序量測零件，並且所選擇的零件可以代表量測的可能範圍。

### 何時使用 Gage R&R Study (crossed)

- 在用量測系統監控或改善製程之前，使用 Gage R&R 評估它。
- 當每位操作員多次量測每個零件 (或破壞性試驗的批次) 時，使用交叉分析。

### 為何使用 Gage R&R Study (crossed)

這個研究比較量測系統變異和整個製程變異或允差。如果量測系統變異佔總變異的比例上較大時，系統可能無法充分地區分零件。

一個交叉的 Gage R&R 研究可以回答一些問題，例如：

- 與製程變異相比，量測系統的變異小嗎？
- 與製程規格界限相比，量測系統的變異比小嗎？
- 量測系統中的變異有多少是由操作員之間的差異所造成？
- 量測系統能夠區分零件嗎？

例如：

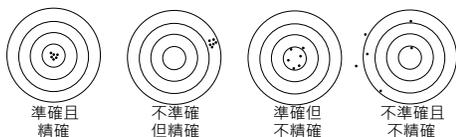
- 軸承的直徑測量值有多少變異是由卡鉗引起？
- 軸承的直徑測量值有多少變異是由操作員引起？
- 量測系統可以區分不同大小的軸承嗎？

## 量測系統誤差

量測系統誤差可以分為兩類：

- 準確性 (Accuracy)—零件的量測值和實際值之間的差異
- 精確性 (Precision)—當相同的零件以相同的器具重複量測時的變異

在任何量測系統內都可能出現一種或兩種誤差。例如，一台器具可能精確地量測零件(量測變異不大)，但不準確。或者，一台器具可能是準確的(量測平均值非常接近目標值)，但不精確(量測有很大的變異)。或者，一台器具可能既不準確又不精確。



### 準確性

一個量測系統的準確性有三個成分：

- 偏誤 (Bias)—在量測系統中不準確的指標；觀察到的平均量測值和實際值的差異
- 線性 (Linearity)—此指標描述零件大小如何影響量測系統偏誤；在預期的量測範圍內，觀察到的偏誤值變化
- 穩定性 (Stability)—隨著時間的推移，系統能夠多好地執行量測；以一台特定器具對相同的零件在不同時間量測一個單一特性所觀察到的總變異

### 精確性

精確性或量測變異，有兩個成分：

- 重複性—來自於量測設備/器具的變異，或由相同的操作員以相同的設備重複量測相同的零件所觀察到的變異
- 再現性—來自於量測系統的變異，或當不同的操作員以相同的器具量測相同的零件所觀察到的變異

## 評估量測系統

使用 Gage R&R study (crossed) 評估：

- 量測系統辨別零件差異的能力有多好
- 操作員量測是否一致

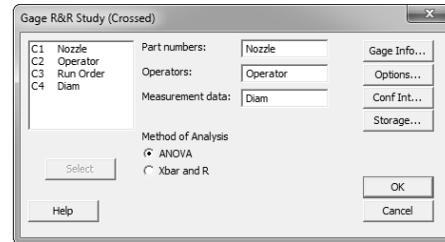
### 允差 (Tolerance)

噴嘴直徑的規格界限為  $9012 \pm 4$  微米。換言之，允許噴嘴直徑在任一方向的變化最大為 4 微米。允差是規格界限之間的差異： $9016 - 9008 = 8$  微米。

透過在 **Process tolerance** 輸入一個值，您可以估計量測系統的變異占允差多少比例。

## Gage R&R Study (Crossed)

1. 開啟 Nozzle.MPJ。
2. 選擇 Stat > Quality Tools > Gage Study > Gage R&R Study (Crossed)。
3. 依下圖完成對話框。



4. 點選 **Options**。
5. 在 **Process tolerance** 之下，選擇 **Upper spec - Lower spec** 並輸入 8。
6. 勾選 **Draw graphs on separate graphs, one graph per page**。
7. 於每個對話框中點擊 **OK**。

## 結果解釋

### 變異數分析表

Minitab 使用變異數分析 (ANOVA) 方法來計算變異數成分，然後使用這些成分來估算由量測系統造成的百分比變異。其變異百分比會顯示在 Gage R&R 表。

二因子 ANOVA 表包含項目有零件 (Nozzle)、操作員 (Operator) 和操作員和零件交互作用 (Nozzle\*Operator)。

如果操作員和零件交互作用的 p 值  $\geq 0.05$ ，Minitab 會產生第二個 ANOVA 表，其忽略原本模型中的交互作用項。若要改變型一誤差值 0.05，在主對話框中點擊 **Options**。在 **Alpha to remove interaction term** 中，輸入一個新的值 (例如，0.3)。

在這裡，Nozzle\*Operator 的 p 值是 0.707。因此，Minitab 會從模型中移除交互作用項，產生第二個 ANOVA 表。

### Gage R&R Study - ANOVA Method

Two-Way ANOVA Table With Interaction

Source	DF	SS	MS	F	P
Nozzle	8	46.1489	5.76861	769.148	0.000
Operator	1	0.0400	0.04000	5.333	0.050
Nozzle * Operator	8	0.0600	0.00750	0.675	0.707
Repeatability	18	0.2000	0.01111		
Total	35	46.4489			

$\alpha$  to remove interaction term = 0.05

Two-Way ANOVA Table Without Interaction

Source	DF	SS	MS	F	P
Nozzle	8	46.1489	5.76861	576.861	0.000
Operator	1	0.0400	0.04000	4.000	0.056
Repeatability	26	0.2600	0.01000		
Total	35	46.4489			

## 結果解釋

### 變異數成分

Minitab 以 ANOVA 方法計算變異數成分 (VarComp) 並使用這些值計算 %Contribution。

變異數成分表依變異來源展開：

- **Total Gage R&R** 包含：
  - **Repeatability**— 來自同一操作員重複量測的變異。
  - **Reproducibility**— 當相同的零件是由不同的操作員量測時產生的變異(這可以進一步分為操作員和操作員和零件交互作用。)
- **Part-To-Part**—不同零件量測值造成的變異。

### 為何使用變異數成分？

使用變異數成分來評估每個量測誤差來源和零件間差異貢獻到總變異的變異量。

在理想的情況下，零件間的差異應佔變異的大多數，而來自重複性和再現性的變異應該非常小。

### Gage R&R

Source	VarComp	%Contribution (of VarComp)
Total Gage R&R	0.01167	0.80
Repeatability	0.01000	0.69
Reproducibility	0.00167	0.11
Operator	0.00167	0.11
Part-To-Part	1.43965	99.20
Total Variation	1.45132	100.00

## 結果解釋

### 貢獻度百分比

%Contribution 是基於變異數成分的估計。在 VarComp 的每個值除以 Total Variation，再乘以 100。

例如：要計算 Part-to-Part 的 %Contribution，在 VarComp 將 Part-to-Part 的數據除以 Total Variation 再乘以 100：

$$(1.43965/1.45132) * 100 \approx 99.20$$

因此，量測中的總變異 99.2% 是來自零件間的差異。這種高的 %Contribution 被認為是非常好。當 Part-to-Part 的 %Contribution 高時，該系統可以區分零件間的差異。

### 使用變異數 vs. 標準差

因為 %Contribution 是以總變異數為基礎，該欄的值加起來為 100%。

Minitab 同時也顯示各項之標準差 (或變異數的平方根) 百分比欄位。這些欄位記為 %StudyVar 和 %Tolerance，通常加起來不是 100%。因為標準差與零件的量測和允差使用相同的單位，可進行有意義的比較。

**註** 如果您在 Options 輸入歷史標準差，Minitab 會顯示 %Process 欄位。

### Gage R&R

Source	VarComp	%Contribution (of VarComp)
Total Gage R&R	0.01167	0.80
Repeatability	0.01000	0.69
Reproducibility	0.00167	0.11
Operator	0.00167	0.11
Part-To-Part	1.43965	99.20
Total Variation	1.45132	100.00

Process tolerance = 8

Source	StdDev (SD)	Study Var (6 * SD)	%Study Var (%SV)	%Tolerance (SV/Toler)
Total Gage R&R	0.10801	0.64807	8.97	8.10
Repeatability	0.10000	0.60000	8.30	7.50
Reproducibility	0.04082	0.24495	3.39	3.06
Operator	0.04082	0.24495	3.39	3.06
Part-To-Part	1.19986	7.19913	99.60	89.99
Total Variation	1.20471	7.22824	100.00	90.35

Number of Distinct Categories = 15

## 結果解釋

### 研究變異百分比

使用 %StudyVar 來比較量測系統變異和總變異。

Minitab 計算 %StudyVar，透過每個在 StudyVar 的值除以 Total Variation，然後乘以 100。

Gage R&R 的 %StudyVar 是

$$(0.64807/7.22824) * 100 \approx 8.97\%.$$

Minitab 以每個來源的 6 倍標準差計算 StudyVar。

### 6s 製程變異

通常情況下，製程變異被定義為 6s，其中 s 為標準差，為  $\sigma$  的一個估計。當數據為常態分佈時，約 99.73% 的資料會落在 6 個標準差的範圍內 (距離平均  $\pm 3$  個標準差)，約 99% 的資料會落在 5.15 個標準差的範圍內 (距離平均  $\pm 2.575$  個標準差)。

註 美國汽車工業行動集團 (AIAG) 建議在 Gage R&R 研究中使用 6s。

### Gage R&R

Source	StdDev (SD)	Study Var (6 * SD)	%Study Var (%SV)	%Tolerance (SV/Toler)
Total Gage R&R	0.10801	0.64807	8.97	8.10
Repeatability	0.10000	0.60000	8.30	7.50
Reproducibility	0.04082	0.24495	3.39	3.06
Operator	0.04082	0.24495	3.39	3.06
Part-To-Part	1.19986	7.19913	99.60	89.99
Total Variation	1.20471	7.22824	100.00	90.35

Number of Distinct Categories = 15

## 結果解釋

### 允差百分比

比較量測系統變異和允差通常使資訊更豐富。

如果您輸入允差，Minitab 會計算 %Tolerance，其比較量測系統變異和規格。%Tolerance 代表量測系統變異占掉允差多少百分比。

Minitab 用量測系統變異 (Total Gage R&R 的  $6 \times SD$ ) 除以允差。Minitab 再將結果乘上 100 便是 %Tolerance。

Gage R&R 的 %Tolerance 是： $(0.64807/8) \times 100 \approx 8.10\%$

### 使用何種度量

使用 %Tolerance 或 %StudyVar 來評估量測系統，取決於該量測系統。

- 如果量測系統是用於製程改善 (減少零件間變異)，%StudyVar 是量測精確性的一個較佳的估計。
- 如果量測系統評估零件相對於規格的關係，%Tolerance 是一個比較合適的度量。

### Gage R&R

Source	StdDev (SD)	Study Var (6 * SD)	%Study Var (%SV)	%Tolerance (SV/Toler)
Total Gage R&R	0.10801	0.64807	8.97	8.10
Repeatability	0.10000	0.60000	8.30	7.50
Reproducibility	0.04082	0.24495	3.39	3.06
Operator	0.04082	0.24495	3.39	3.06
Part-To-Part	1.19986	7.19913	99.60	89.99
Total Variation	1.20471	7.22824	100.00	90.35

Number of Distinct Categories = 15

## 結果解釋

### Total Gage R&R

%StudyVar 的結果表示本研究的量測系統變異占整體變異的比例小於10%。%Tolerance 表示此研究的量測系統變異低於允差寬度的10%。

### Total Gage R&R:

- %Study Var—8.97
- %Tolerance—8.10

記住 Minitab 使用不同的分母來計算 %Tolerance 和 %StudyVar。在這個案例中，由於允差範圍 (8) 大於總研究變異 (7.22824)，所以 %Tolerance 較低。

### Gage R&R

Source	StdDev (SD)	Study Var (6 * SD)	%Study Var (%SV)	%Tolerance (SV/Toler)
Total Gage R&R	0.10801	0.64807	8.97	8.10
Repeatability	0.10000	0.60000	8.30	7.50
Reproducibility	0.04082	0.24495	3.39	3.06
Operator	0.04082	0.24495	3.39	3.06
Part-To-Part	1.19986	7.19913	99.60	89.99
Total Variation	1.20471	7.22824	100.00	90.35

Number of Distinct Categories = 15

## 結果解釋

### 區別分類數 (Number of distinct categories)

區別分類數估計量測系統可以分辨多少不同群組的零件。

Minitab 由下式計算區別分類數：



Minitab 將計算結果截掉小數部分使其為一個整數，除非計算出的值小於 1。在此狀況下，Minitab 會將區別分類數設為 1。

區別數	表示...
< 2	系統無法區分零件。
= 2	零件可被分為高、低兩群組，如在屬性資料的情況。
≥ 5	該系統是可以接受的 (根據 AIAG) 且能區分零件。

在這裡，區別分類數為 15，這表示該系統可以非常好地區分零件。

註 AIAG 建議的區別分類數為 5 或以上。請見 [1]。

### Gage R&R

Source	VarComp	%Contribution (of VarComp)
Total Gage R&R	0.01167	0.80
Repeatability	0.01000	0.69
Reproducibility	0.00167	0.11
Operator	0.00167	0.11
Part-To-Part	1.43965	99.20
Total Variation	1.45132	100.00

Process tolerance = 8

Source	StdDev (SD)	Study Var (6 * SD)	%Study Var (%SV)	%Tolerance (SV/Toler)
Total Gage R&R	0.10801	0.64807	8.97	8.10
Repeatability	0.10000	0.60000	8.30	7.50
Reproducibility	0.04082	0.24495	3.39	3.06
Operator	0.04082	0.24495	3.39	3.06
Part-To-Part	1.19986	7.19913	99.60	89.99
Total Variation	1.20471	7.22824	100.00	90.35

Number of Distinct Categories = 15

## 結果解釋

### 變異組成

變異組成圖以圖形方式呈現報表視窗中的 Gage R&R 表。

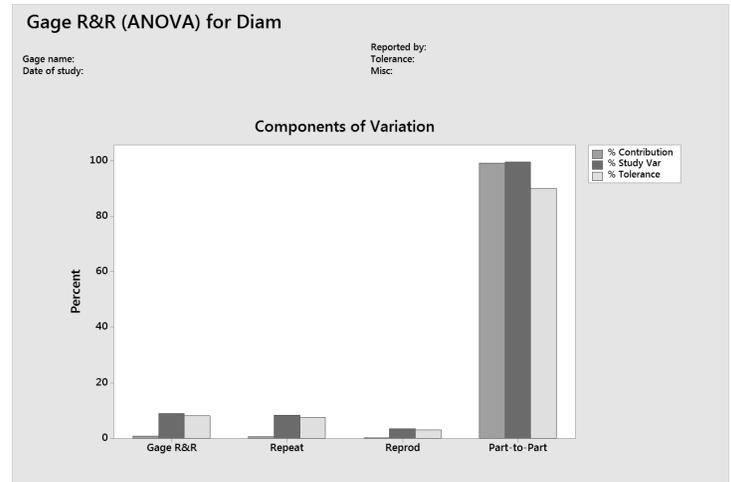
註 在 **Options** 子對話框，您可以選擇在分開的視窗上顯示這些圖形。

每個長條群集代表一個變異的來源。預設情況下，每個群集有兩個長條，分別為 %Contribution 和 %StudyVar。如果您添加一個允差或歷史標準差將另出現 %Tolerance 或 %Process 的長條。

在一個良好的量測系統中，變異的最大成分是零件間的變異。相反地，如果大部分變異是歸因於量測系統，量測系統可能需要校正。

對於噴嘴數據資料，零件之間的差異佔變異的大多數。

註 對於 %Study、%Process 和 %Tolerance 的值，其重複性和再現性長條加總可能不會等於 Gage R&R 長條，因為這些百分比是基於標準差，而非變異數。



## 結果解釋

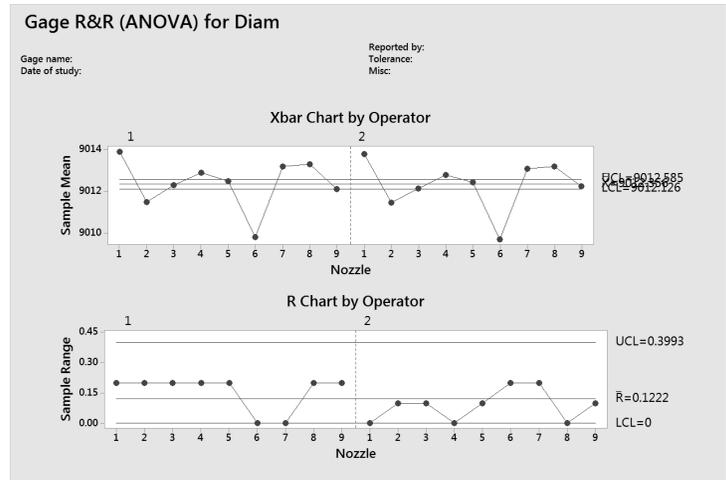
### R 管制圖

R 管制圖是一個全距的管制圖，以圖形方式顯示操作員一致性。一個 R 管制圖包括：

- 圖形上的點表示每位操作員在每個零件的最大和最小量測值間的差異。如果量測值相同，則全距 = 0。Minitab 依操作員繪圖，這樣就可以比較每位操作員的一致性。
- 中心線，指的是全距的總平均(所有分群全距的平均)。
- 各分群全距的管制界限 (UCL 和 LCL)。Minitab 中使用組內變異來計算這些管制界限。

如果 R 管制圖上的任一點落在管制上限 (UCL) 外，則此操作員沒有一致地量測零件。UCL 的計算有考量每位操作員量測一個零件的次數。如果操作員一致地量測，則全距相對於數據是小的，且這些點會落在管制界限內。

註 當重複量測次數小於 9 時，Minitab 顯示一個 R 管制圖；否則，Minitab 會顯示一個 S 管制圖。



## 結果解釋

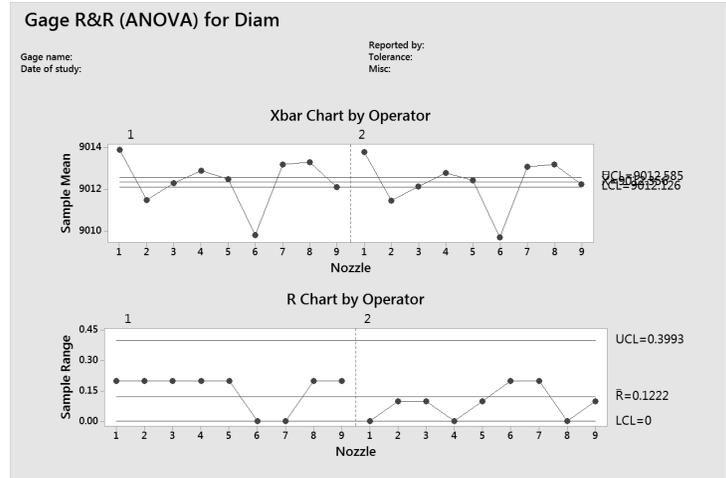
### Xbar 管制圖

Xbar 管制圖比較零件間變異和重複性組成。Xbar 管制圖的組成包括：

- 圖上繪製的點，表示每一位操作員對每個零件的平均量測值。
- 中心線，表示所有操作員的所有零件量測值的整體平均。
- 管制界限 (UCL 和 LCL)，是以每個平均值的量測次數和重複性估計值為基礎算出。

因為 Gage R&R 研究選出的零件樣本應代表可能零件的整個範圍，這個圖理想上要呈現缺乏管制的現象。期望觀察到零件平均值間的變異多於單就重複性造成的變異。

對於這些數據，許多點是落在管制界限的上方或下方。這些結果表明，零件間變異遠大於量具變異。



## 結果解釋

### 操作員和零件交互作用

Nozzle\*Operator 交互作用圖顯示每位操作員對每個零件的平均量測值。每一條線連接了單一量測員的平均值。

理想上希望這些線的相似，並且零件平均值的變化大到足以表現出零件間的差異。

#### 圖形...

線幾乎是相同的。

一條線一致地比其他線高或低。

線出現不平行或交叉。

#### 表示...

操作員相似地量測零件。

一位操作員量測零件時一致地高或低於其他操作員。

操作員量測零件的能力取決於量測哪一個零件(操作員和零件之間存在一個交互作用)

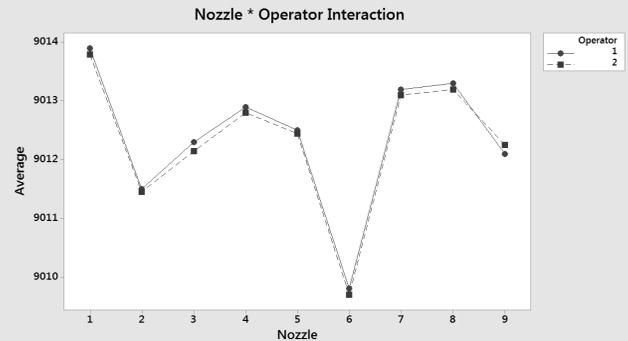
在這裡，這些線彼此緊密相隨，且零件間的差異明顯。操作員似乎是相似地量測零件。

註 從第 8 頁的 ANOVA 表，交互作用項的 p 值是 0.707，在顯著水準  $\alpha = 0.05$  下，交互作用項不顯著。

Gage R&R (ANOVA) for Diam

Gage name:  
Date of study:

Reported by:  
Tolerance:  
Misc:



## 結果解釋

### 量測值依操作員分群

By Operator 圖可以幫助您確定不同操作員的量測值和變異性是否一致。

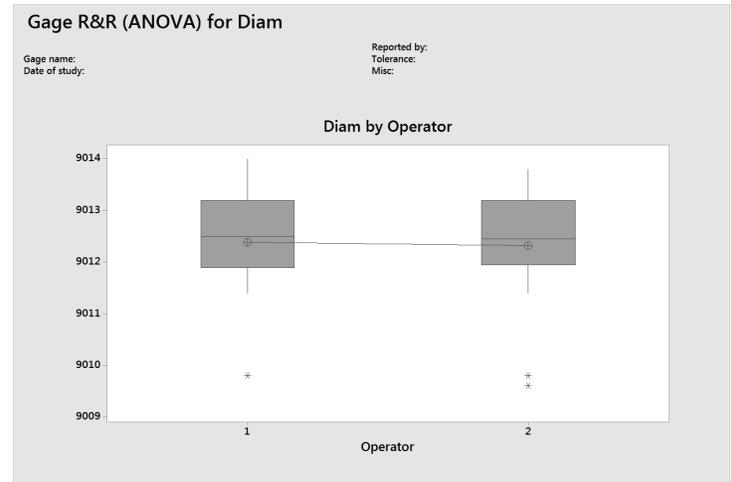
By Operator 圖依操作員顯示研究的所有量測值。當每位操作員有九個或更少的量測值時，以圓點代表這些量測值。當每位操作員的量測數超過九個時，Minitab 顯示盒形圖。對於這兩種類型的圖，黑色圓圈代表平均，並使用一條連接線。

如果連接線...	則...
和 X 軸平行	從平均來看，操作員相似地量測零件。
和 X 軸不平行	從平均來看，操作員皆不同地量測零件。

也可使用此圖來評估每位操作員在零件量測的整體變異是否相同：

- 量測的離散程度是相似的嗎？
- 有操作員的量測變異比其他人多嗎？

在這裡，操作員看起來似乎是一致地量測零件並有相似的變異。



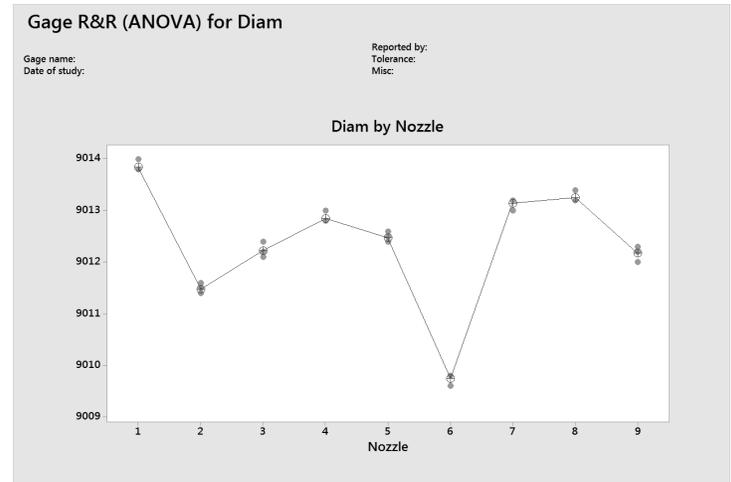
## 結果解釋

### 量測值依零件分群

By Nozzle 圖依各零件顯示本研究中的所有量測值。Minitab 以空心圓圈表示量測值，並以實心圓表示平均數。使用一條線連接每個零件的平均量測值。

理想上：

- 每個零件的多個量測值顯示其變異不大 (每個零件的空圈靠攏在一起)。
- 平均的變化足以顯示零件之間的明確差異。



## 最終考量

### 總結與結論

噴嘴量測系統對整體變異的貢獻非常小，Gage R&R 表和圖都證實這一點。

無論是研究變異的百分比或作為允差的百分比，量測系統的變異皆小於 10%。根據 AIAG 指導方針，這個系統是可以接受的。

### 其他考量

Gage R&R (crossed) 研究就像其他的量測系統分析 (MSA) 程序，是設計的實驗。為有效的分析結果，隨機化和具代表性抽樣是必要的。

## 最終考量

### 其他考量

低量測系統變異對應的圖形樣式：

圖形	樣式
R	小的全距平均
Xbar 管制圖	管制界限狹窄且有多點落在管制界限之外
依零件分群	所有操作員對每個零件有非常相似的量測，而且零件間的差異明確
依操作員分群	水平直線
依操作員和零件分群	重疊的線

對 %Contribution · AIAG 的建議為：

%Contribution	系統是...
1% 或更低	可接受
1% 至 9%	可能可接受 (取決於量測、成本、風險等狀態)
9% 或更高	不可接受

AIAG 對 Gage R&R 表的建議為：

%Tolerance %StudyVar %Process	系統是...
低於 10%	可接受
10% 至 30%	可能可接受 (取決於量測、成本、風險等狀態)
超過 30%	不可接受

來源請見文獻列表： [1]。